高中数学127个快速解题公式

第1章　集合

1、有限集合子集个数： 子集个数：2^n 个，真子集个数：2^{n-1} 个；

2、集合里面重要结论：

①$A\cap B=A\Rightarrow A\subseteq B$；②$A\cup B=A\Rightarrow B\subseteq A$；③$A\Rightarrow B\Leftrightarrow A\subseteq B$　④$A\Leftrightarrow B\Leftrightarrow A=B$

3、同时满足求交集，分类讨论求并集

4、集合元素个数公式： $n(A\bigcup B)=n(A)+n(B)-n(A\bigcap B)$

第2章　函数

5、几个近似值： $\sqrt{2}\approx 1.414,\sqrt{3}\approx 1.732,\sqrt{5}\approx 2.236,\pi\approx 3.142,e\approx 2.718$

6、分数指数幂公式： $a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$

7、对数换底公式： $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$；$\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$

8、单调性的快速法： ①. 增＋增→增；增—减→增；②. 减＋减→减；减—增→减；

③. 乘正加常，单调不变：　④. 乘负取倒，单调不变：

9、奇偶性的快速法： ①. 奇±奇→奇；偶±偶→偶；

②. 奇×(÷)奇→偶；偶×(÷)偶→偶；奇×(÷)偶→奇；

10、函数的切线方程： $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$

11、函数有零点 $\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)_{\min}\le 0\\ f(x)_{\max}\ge 0\end{cases}$

12、函数无零点 $\Leftrightarrow f(x)_{\max}\le 0$ 或 $f(x)_{\min}\ge 0$

13、函数周期性： $f(a+x)=f(b+x)$ 的周期 $T=|b-a|$；

14、函数对称性： $f(a+x)=f(b-x)$ 的对称轴 $x=\dfrac{a+b}{2}$；

15、抽象函数对数型： 若 $f(xy)=f(x)+f(y)$，则 $f(x)=\log_a x$；

16、抽象函数指数型： 若 $f(x+y)=f(x)f(y)$，则 $f(x)=a^x$；

17、抽象函数正比型： 若 $f(x+y)=f(x)+f(y)$，则 $f(x)=kx$；

18、抽象函数一次型： 若 $f'(x)=c$，则 $f(x)=cx+b$；

19、抽象函数导数型： 若 $f'(x)=f(x)$，则 $f(x)=ke^x$ 或 $f(x)=0$；

20、两个重要不等式： $\begin{cases} e^x \geq x+1 \\ \ln x \leq x-1 \end{cases} \Rightarrow \ln(x+1) \leq x \leq e^x - 1$(当且仅当$x=0$时“=”成立)

21、洛必达法则： $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$（当$\dfrac{f(x)}{g(x)}\to\dfrac{0}{0}$或$\dfrac{\infty}{\infty}$时使用）

22、恒成立问题： $(1)a \geq f(x) \Leftrightarrow a \geq f(x)_{\max}$

$(2)a < f(x) \Leftrightarrow a < f(x)_{\min}$

23、证明 $f(x)>g(x)$ 思路： 思路 1：$(1)h(x)=f(x)-g(x)\Leftrightarrow h(x)>0$（常规首选方法）

思路 2：$f(x)_{\min}>g(x)_{\max}$（思路 1 无法完成）

第 3 章　　数列

24、等差数列通项公式： $a_n=a_1+(n-1)d$

25、等差数列通项公式： $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$

26、等比数列通项公式： $a_n=a_1q^{n-1}$

27、等比数列通项公式： $S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1+a_nq}{1-q}$

28、等差数列的性质： 若 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$

29、等比数列的性质： 若 $m+n=p+q$，则 $a_ma_n=a_pa_q$

30、等差中项： 若 a,A,b 成等差数列，则 $2A=a+b$

31、等比中项： 若 a,G,b 成等比数列，则 $G^2=ab$

32、裂项相消法 1： 若 $\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$，则有 $T_n=1-\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{n}{n+1}$

33、裂项相消法 2： 若 $\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$，则有 $T_n=\dfrac{1}{2}(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2})$

34、裂项相消法 3： 若 $\dfrac{1}{a_{n+1}a_n}=\dfrac{1}{d}\left(\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{1}{a_{n+1}}\right)$，则有 $T_n=\dfrac{1}{d}(\dfrac{1}{a_1}-\dfrac{1}{a_{n+1}})$

35、裂项相消法 4： 若 $\dfrac{1}{(2n+1)(2n-1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$，则有 $T_n=\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{2n+1})$

36、错位相减法求和通式： $T_n=\dfrac{a_1b_1}{1-q}+\dfrac{dq(b_1-b_n)}{(1-q)^2}-\dfrac{a_nb_nq}{1-q}$

第4章　三角函数

37、三角函数的定义：正弦：$\sin\alpha=\frac{y}{r}$；余弦：$\cos\alpha=\frac{x}{r}$；正切：$\tan\alpha=\frac{y}{x}$；其中：$r=\sqrt{x^2+y^2}$

38、诱导公式：π倍加减名不变，符号只需看象限；半π加减名要变，符号还是看象限。

39、和差公式：①$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$（伞科科伞，符号不反）

②$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$（科科伞伞，符号相反）

③$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$（上同下相反）

40、二倍角公式：①$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

②$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

③$\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

41、降幂公式：①. $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{\sin2\alpha}{2}$　②. $\sin^2\alpha=\frac{1-\cos2\alpha}{2}$③. $\cos^2\alpha=\frac{1+\cos2\alpha}{2}$

42、辅助角公式: $a\sin wx+b\cos wx=\sqrt{a^2+b^2}\sin(wx+\varphi).(\tan\varphi=\frac{b}{a},a>0)$

43、正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

44、余弦定理：①$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\Leftrightarrow a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

②$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\Leftrightarrow b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

③$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\Leftrightarrow c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

45、三角形最值原理：三角形中一个角及其对边已知时、另外两边或两角相等时周长取得最小值，面积取得最大值；

第5章　向量

46、向量加法的作图：上终下起，中间消去；$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

47、向量减法的作图：起点相同，倒回来读；$\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

48、向量平行的判定：(1)向量法: $\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow\vec{b}=\lambda\vec{a}$；(2)向量法: $\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$

49、**向量垂直的判定：**(1) 向量法：$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\bullet\vec{b}=0$；(2) 向量法：$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$

50、**向量的数量积公式：**(1) 向量法：$\vec{a}\bullet\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$；(2) 向量法：$\vec{a}\bullet\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$

51、**向量的夹角公式：**(1) 向量法：$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$；(2) 向量法：$\cos\theta=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$

52、**$\vec{a}$ 方向上的单位向量：**(1) 向量法：$\vec{e}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$；(2) 向量法：$\vec{e}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\left(\dfrac{x_1}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}},\dfrac{y_1}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}\right)$

53、**证明 *A*、*B*、*C* 三点共线两种方法：**(1) 两个向量 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 共线且有一个公共点 A；

(2) $\overrightarrow{PA}=x\overrightarrow{PB}+y\overrightarrow{PC}(x+y=1)$

第 6 章　立体几何

54、**线线角向量法公式：**$\cos\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

55、**线面角：**(1) 向量法公式：$\sin\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{m}|}{|\vec{a}||\vec{m}|}$；(2) 几何法公式：$\sin\theta=\dfrac{h_x}{a}$

56、**二面角：**(1) 向量法公式：$\cos\theta=\pm\dfrac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}||\vec{n}|}$；(2) 几何法公式：$\cos\theta=\dfrac{S_{射影}}{S_{原图}}$

57、**点面距：**(1) 向量法公式：$h_x=\dfrac{|\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}|}{|\vec{m}|}$；(2) 几何法公式：$h_x=\dfrac{S_1h_1}{S_2}$

58、**多面体的内切球半径：**$r=\dfrac{3V}{S_1+S_2+\cdots+S_n}$

59、**长方体的外接球半径：**$2R=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

60、**直棱锥的外接球半径：**$\begin{cases}R^2=r^2+(\dfrac{h}{2})^2\\ 2r=\dfrac{a}{\sin A}\end{cases}$

61、**正棱锥的外接球半径：**$\begin{cases}R^2=r^2+(h-R)^2\\ 2r=\dfrac{a}{\sin A}\end{cases}$

62、正三角形的性质：高：$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，面积：$S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

63、正三角形与圆：内切圆半径：$r=\frac{\sqrt{3}}{6}a$，外接圆半径：$R=\frac{\sqrt{3}}{3}a$，且$\frac{R}{r}=\frac{2}{1}$

64、正四面体的高：斜高：$h_{斜}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，正高：$h_{正}=\frac{\sqrt{6}}{3}a$

65、正四面体与球：内切球半径r，外接球半径R，且$\frac{R}{r}=\frac{3}{1}$且$r+R=h_{正}$

第7章　解析几何

66、圆的定义:若$PA\perp PB$，则P的轨迹为以AB为直径的圆

67、椭圆的定义:若$PF_1+PF_2=2a(2a>|F_1F_2|)$,则$P$的轨迹为以$F_1F_2$为焦点,$2a$为长轴的椭圆

68、双曲线的定义：若$|PF_1|-|PF_2|=2a(2a<|F_1F_2|)$,则$P$的轨迹为以$F_1F_2$为焦点,$2a$为实轴的双曲线

70、抛物线的定义：到定点$F(\frac{p}{2},0)$和到定直线：$x=-\frac{p}{2}$的距离相等的点P的轨迹为为双曲线

71、直线的纵斜截式方程：$y=kx+b$；直线过y轴上点为$B(0,b)$且不竖直于x轴

72、直线的横斜截式方程：$x=my+a$；直线过x轴上点为$A(a,0)$且不平行于x轴

73、直线平行：$l_1//l_2\Leftrightarrow k_1=k_2(b_1\neq b_2)$；或$A_1B_2-A_2B_1=0$

74、直线垂直：$l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$；或$A_1A_2+B_1B_2=0$

75、点点距公式：$|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

76、点线距公式：$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

77、线线距公式：$d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

78、点差法的斜率公式：$k_{椭}=-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}$,　　$k_{双}=\frac{b^2x_0}{a^2y_0}$,　　$k_{抛}=\frac{p}{y_0}$

79、通用弦长公式：$l=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$，$l=\sqrt{(1+\frac{1}{k^2})[(y_1+y_2)^2-4y_1y_2]}$

80、圆的弦长公式：$l=2\sqrt{r^2-d^2}$

81、焦半径公式（带坐标）：

(1) 椭圆中：$|MF|=a\pm ex_0$,；(2) 双曲线：$|MF|=ex_0\pm a$, (3) 抛物线：$|MF|=x_0+\frac{p}{2}$

82、焦半径公式（倾斜角）：

(1) 椭圆中：$\frac{b^2}{a(1\pm e\cos\alpha)}$；(2) 双曲线：$\frac{b^2}{a(1\pm e\cos\alpha)}$；(3) 抛物线：$\frac{p}{1\pm\cos\alpha}$

83、焦点弦公式（倾斜角）：

(1) 椭圆中：$\frac{2b^2}{a(1-e^2\cos^2\alpha)}$；(2) 双曲线：$\frac{2b^2}{a(1-e^2\cos^2\alpha)}$；(3) 抛物线：$\frac{2p}{\sin^2\alpha}$

80、抛物线的焦点弦长：$l=x_1+x_2+p=\frac{2k^2+2}{k^2}p=\frac{2p}{\sin\alpha}$

81、椭圆的焦点三角形面积：$S_{\triangle F_1PF_2}=b^2\tan\frac{\theta}{2}$

82、双曲线焦点三角形面积：$S_{\triangle F_1PF_2}=b^2\cot\frac{\theta}{2}$

83、双曲线的焦渐距为：b（虚半轴）

84、椭圆的离心率公式：$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$

85、双曲线的离心率公式：$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+k_{渐}{}^2}$

86、圆锥曲线的离心率公式：$|e\cos\alpha|=\frac{|\lambda-1|}{|\lambda+1|}$

87、椭圆、双曲线通径公式：$|PQ|=\frac{2b^2}{a}$

88、抛物线的通径公式：$|PQ|=2p$

89、抛物线焦点弦圆：以抛物线焦点弦为直径的圆必与准线相切；

90、抛物线焦点弦性质：$\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{2}{p}$,

91、抛物线焦点直线的韦达定理：$x_1x_2=\frac{p^2}{4}$，$x_1+x_2=\frac{k^2+2}{k^2}p$，$y_1y_2=-p^2$，$y_1+y_2=\frac{2p}{k}$

92、解析几何中的向量问题：$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2$，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$

93、向量与夹角问题：(1) $\angle AOB$ 钝角 $\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}<0$；

(2) $\angle AOB$ 锐角 $\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}>0$；

(3) $\angle AOB$ 直角（$OA\perp OB$）$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$

94、向量与圆的问题：P 与以 AB 为直径的圆的位置关系：

(1) P 在圆内：$\angle APB$ 钝角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}<0$；

(2) P 在圆上：$\angle APB$ 直角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$；

(3) P 在圆外：$\angle APB$ 锐角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}>0$；

95、坐标轴平分角问题：$k_1=-k_2 \Leftrightarrow k_1+k_2=0$

第 8 章　概率统计

96、频方图的频率 =小矩形面积：$f_i=S_i=y_i\times d=\dfrac{n_i}{N}$；频率=频数/总数

97、频方图的频率之和：$f_1+f_2+\cdots+f_n=1$；同时 $S_1+S_2+\cdots+S_n=1$；

98、频方图的众数：最高小矩形底边的中点。

99、频方图的平均数： $\overline{x}=x_{中1}f_1+x_{中2}f_2+x_{中3}f_3+\cdots+x_{中n}f_n$　　$\overline{x}=x_{中1}S_1+x_{中2}S_2+x_{中3}S_3+\cdots+x_{中n}S_n$

100、频方图的中位数：从左到右或者从右到左累加，面积等于 0.5 时 x 的值。

101、频方图的方差：$s^2=(x_{中1}-\overline{x})^2f_1+(x_{中2}-\overline{x})^2f_2+\cdots+(x_{中n}-\overline{x})^2f_n$

102、古典概型公式：$P(A)=\dfrac{n_A}{n_\Omega}$

103、几何概型公式：$P(A)=\dfrac{l_A}{l_\Omega}=\dfrac{S_A}{S_\Omega}=\dfrac{V_A}{V_\Omega}$

104、常见的排列问题：任职问题、数字问题、排队照相问题、逐个抽取问题

105、排列公式：$A_n^m=n(n-1)\cdots(n-m+1)$

106、常见的组合问题：产品抽查问题、一次性抽取问题

107、组合公式：$C_n^m=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)\cdots3\times2\times1}$

108、均值公式：$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$

109、方差公式：$D(X)=[x_1-E(x)]^2p_1+[x_2-E(x)]^2p_2+\cdots+[x_n-E(x)]^2p_n$

110、互斥事件概率公式：$P(A+B)=P(A)+P(B)$

111、对立事件概率公式：$P(\overline{A})=1-P(A)$

112、独立事件概率公式：$P(AB)=P(A)P(B)$

113、独立事件至少有一个发生概率公式：$P(A+B)=1-P(\overline{A}\overline{B})$

114、超几何分布的概率公式： $P(x=k)=\frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$

115、二项分布的概率公式： $P(x=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

116、二项分布的均值： $E(X)=np$；方差：$D(X)=np(1-p)$。

第9章　极参方程

117、极坐标方程与直角方程互换： $\begin{cases}\rho=\sqrt{x^2+y^2},\tan\theta=\frac{y}{x}\\ \rho\cos\theta=x,\rho\sin\theta=y\end{cases}$

118、过原点且倾斜角α的直线极坐标方程： $\theta=\alpha(\rho\in R)$

119、过原点且倾斜角α的射线极坐标方程： $\theta=\alpha$ 或 $\theta=\alpha(\rho\geq 0)$

120、极坐标方程为$\theta=\alpha(\rho\in R)$的直线上两点的距离公式： $|AB|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{(\rho_1+\rho_2)^2-4\rho_1\rho_2}$

121、圆的参数方程： $\begin{cases}x=a+r\cos\theta\\ y=b+r\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）；

122、直线的参数方程： $\begin{cases}x=a+t\cos\alpha\\ y=b+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数）

123、椭圆的参数方程： $\begin{cases}x=a\cos\theta\\ y=b\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）

124、直线参数t的意义1： $|PA|=|t_1|,|PB|=|t_2|$

125、直线参数t的意义2： $|PA||PB|=|t_1t_2|$

126、直线参数t的意义3： $|AB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}$

127、直线参数t的意义4： $|PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=\begin{cases}|t_1+t_2| & t_1、t_2\text{同号}\\ |t_1-t_2| & t_1、t_2\text{异号}\end{cases}$